

The term structure of interest rates : a panel data analysis

Citation for published version (APA):

Bams, W. F. M. (1999). *The term structure of interest rates : a panel data analysis*. [Doctoral Thesis, Maastricht University]. Universiteit Maastricht. <https://doi.org/10.26481/dis.19990326wb>

Document status and date:

Published: 01/01/1999

DOI:

[10.26481/dis.19990326wb](https://doi.org/10.26481/dis.19990326wb)

Document Version:

Publisher's PDF, also known as Version of record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.umlib.nl/taverne-license

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

repository@maastrichtuniversity.nl

providing details and we will investigate your claim.

Chapter 6

Summary and Concluding Remarks

6.1 Introduction

In this thesis the term structure of interest rate has been investigated. The literature on the term structure of interest rate is huge and deals with many interesting issues. An important part of the literature has dealt with the theoretical development of models that consistently represent the behaviour of different yields simultaneously, that are applicable for the pricing of interest rate sensitive products or for forecasting purposes. Another part of the literature has dealt with the empirical properties and implications of yield curve models. Important issues in this field are the methods that are proposed to estimate term structure models and a comparison of the implications from different models or methods.

We have been concerned with the affine class of term structure models, which is interesting for its theoretical properties, since it describes the cross sectional relations of all yields by taking account of no-arbitrage restrictions. At the same time, we recognize that exact relationships never hold in practice and hence we propose to extend this type of models by explicitly incorporating an error term. The focus has been on the empirical properties of the resulting econometric model. Important subquestions of an empirical analysis deal with a motivation for the properties of the error term, which moments of the data are used to estimate the model, a comparison of the in-sample behaviour of alternative models and implications for other interest rate sensitive securities (which could be considered as an out-of-sample comparison of the models).

The choice of the affine class of term structure models leads to an attractive framework for the econometric analysis. The cross sectional relations between yields are available in closed form expressions and the model is linear in the underlying factors. This representation visualizes that term structure models have two dimensions: a time series dimension, which is represented by the underlying factor dynamics, and a cross sectional dimension,

given by the relation between different yields at a particular point of time. We propose to employ a panel data analysis focusing on the cross sectional information of all yields for all times simultaneously. This leads to efficient estimates of the parameters of interest (i.e. the parameters under the risk adjusted probability measure). At the same time the panel data approach is easily comparable with a time series approach of the underlying factor, since there exists a one-to-one relationship between the two dimensions, after an assumption about the market price of risk.

In the next sections we summarize the main findings of this thesis and we end this chapter with some directions for further research.

6.2 Summary

This thesis proposes to use an econometric version of the affine class of term structure models and furthermore it advocates to employ panel data techniques to estimate this class of models. The empirical properties are investigated for US Government bonds. The empirical findings are promising since they lead to efficient and plausible estimates for the parameters of such models. The framework allows for (1) an in-sample comparison of the various models within this class, (2) a comparison of the panel data approach with time series approaches, (3) testing of model restrictions and assumptions on the market price of risk, (4) out-of-sample implications of other interest rate derivative securities.

In chapter one the theoretical framework for the affine class of term structure models is set out. Basically, it has been shown that an affine representation for the dynamics of some underlying factors, leads, under no-arbitrage conditions or within an equilibrium framework, to a model for discount yield curves that is closed form and affine in the underlying factors. An explicit assumption about a market price of risk has been incorporated to link the factor processes, which are expressed in terms of parameters under the actual probability measure, to the yield curve model, which is expressed in terms of parameters under the risk adjusted probability measure. This class of models is general, in a sense that it includes both endogenous and exogenous models in the same framework.

The assumptions underlying the derivation of the affine class of term structure models already lead to many interesting questions. For example, is it reasonable to assume that there exists an exact relationship among all yields and between the underlying factor dynamics and the associated yield curve? Are the assumptions for the market price of risk plausible? Are the data consistent with the cross sectional restrictions that are implied by the model? And, is the underlying factor process also applicable for the pricing other interest rate derivative securities?

In chapter two different methods are compared to construct discount yield curves from coupon bearing bonds. Because usually term structure models are expressed in terms of discount yields, the analysis of these models is greatly simplified if we have the disposal of discount yields. A direct analysis of coupon bearing bonds hampers the econometric analysis since it leads to non-linear relationships between bond prices and discount yields. Moreover, the model implications are less transparent: residuals on coupon bearing bonds are less informative about the source of the misfit than in the case of discount yields. The usual approach is to transform the information that is available in coupon bearing bonds in terms of discount yields, using some parametric specification for the implied yield curve at each cross section. This results in a regular panel of discount yields that serves as input for the empirical analysis in the subsequent chapters.

We compare the Cubic Spline method with the Nelson-Siegel method to parametrize the discount yield curve and we compare spread weighting and duration weighting to weight the error terms in the fit criterion. General findings are that the Nelson-Siegel approach leads to smoother yield and forward curves than the Cubic Spline method. The spread weighted yield curves showed a lot of outliers, even after the worst performing bonds were filtered out. On the basis of these findings the preferred method would be the duration weighted Nelson-Siegel method. Care should however been taken that the method does not smooth away too much information present in the coupon bearing bonds. In the subsequent analysis the empirical results have always been compared for differently constructed yields. Another important finding is that all method results in less reliable implied short term yields. The confidence intervals around the implied yield curves are wide at the short end of the yield curve, possibly due to monetary policy effects or maturity effects. Also for maturities longer than ten years the yields are unreliable, due to the limited number of observations we have for long term bonds.

In chapter three the information that is available in a panel of yield curves is investigated without the assumption of an explicit term structure model. Apparently a panel of yields is more informative than an univariate time series of some yield. We revisit the problem of testing the expectations hypothesis (EH) of the term structure of interest rates. In the literature rejection of the EH has been attributed to small sample bias and/or to time varying risk premia. Instead of using univariate time series, in a panel data approach all time series of yields are included simultaneously to test the EH. An advantage of the panel data approach, hence, is efficiency gain. However, also in a panel data framework the expectations hypothesis is rejected.

Moreover, the panel data approach facilitates the explicit inclusion of a model for the risk premium. Since the risk premium is not observable, the usual approach is to model it

either as an unknown parameter, which leads to a fixed effect estimator, or as a random variable, which leads to a random effect estimator. We model the cross sectional relation in the risk premium with a fixed effects estimator. The results show that the premium increases with maturity. The time series behavior of the risk premium is modeled as an AR(1) process under the assumption that the risk premium is a common factor in yields of all maturities. We find a considerable degree of persistence in the risk premium. Often term structure models are derived under the assumption of a constant market price of risk. The analysis has shown that such an assumption is in conflict with the empirical findings in chapter three

In chapter four we set up an econometric analysis of affine term structure models. We propose a panel data analysis of the yield curve, where only cross sectional information is incorporated and no reference is made to the dynamics of the underlying factor process. No assumption about a market price of risk has to be made and this leads directly to parameter estimates under the risk adjusted probability measure. For pricing purposes only the parameters under the risk adjusted probability measure are of interest.

Since in practice exact relations between yields will not hold, an error term is included that takes account for model and measurement error. To keep the model tractable we parameterize the covariance matrix of the error term. This parameterization takes account of the inverse relation between volatility and time to maturity, and it models the cross sectional relation between residuals with different time to maturity. Finally, the error term specification accounts for autocorrelation in the error terms.

We consider the Gaussian term structure model, for which one and two factor endogenous and exogenous term structure models are investigated in depth. The empirical findings are that the panel data approach lead to very precise estimates of the parameters. In particular, mean reversion is estimated very precisely in the panel data approach in comparison with time series estimates. In comparison with approaches in which models are estimated from one cross section, we no longer find erratic and non-sensical parameter estimates when we employ a panel data approach. The in-sample fit of all models is precise for longer maturities, both for the average yield curve and for the term structure of unconditional volatilities. A second factor is required to take account for the dynamics of short term yields. Another attractive feature of the panel data approach is that the fixed effects estimates for the factors imply a time series behaviour of the instantaneous spot rate that resembles the behaviour of the one month T-bill rate. So, even though no time series information has been included the cross sections are informative on the time series dynamics.

In chapter five the Longstaff-Schwartz term structure model has been considered. The

model is promising both from a time series perspective and from a panel data perspective. Previous research has shown that the specifications of the two underlying factors turned out to provide adequate descriptions of the factor dynamics. In chapter four we found that a related two factor Gaussian term structure provides an adequate description of the yield curve. Because both approaches focus on different moments in the data it is interesting to compare the model implications from both approaches. We also compare the results with the CIR one factor model, which is nested in the Longstaff-Schwartz model.

The time series approach proves to give an adequate description of the first and second moment at the short end of the yield curve, but overall it underestimates the average yield curve and overestimates the term structure of volatilities. The panel data approach provides an adequate fit of the term structure except at the very short end. Although the two approaches show different empirical results, the question remains if also the implications for other derivative securities are different. By means of example we compared the models in their ability to price interest rate caps. It turns out that both models react in the same way to interest rate changes and to changes in time to maturity. However, cap prices implied by the time series approach are systematically higher than cap prices implied by a panel data approach. The price differences are relatively small, the differences with the CIR one factor cap prices are much higher. Actual observation of cap prices are required to give a conclusive answer about the preferred approach.

6.3 Directions for further research

In chapter three, four and five the results indicate that the results for short term yields, until maturities of six months, are most of the time different from the results for long term yield. In the literature this difference is often explained by the fact that there exists a lot of transitory noise that arises because of monetary policy actions with short term interest rates. From chapter two, however, we know that the short term yields are estimated with large standard errors and hence are not very precise. In most empirical work, constructed yield curves are treated as if the point estimates are exactly observed data. We propose to explicitly include the covariance matrix of the yields as implied by the curve fitting method. This suggests an approach in which the constructed yields still are treated as observed data, and in which the covariance matrix of these constructed yields is incorporated as the covariance matrix of the error term. This approach explicitly controls for the unreliability of the data at the short end of the yield curve. Issues that become important are (i) if rejection of the expectations hypothesis is mainly due to noise in the data, (ii) whether a second factor still is required to model the short end of the yield curve, and (iii) whether

time series oriented approaches really lead to different results than panel data approaches.

In chapter three we have adopted a model specification for the risk premium. This risk premium is closely related to the market price of risk, which is the expected instantaneous return on a discount bond in excess of the risk free rate, divided by the volatility of the instantaneous bond return. The discrete version of the instantaneous return on a discount bond is the holding period return as defined and modeled in chapter three. Extending the model with a time varying volatility specification for the holding period return may lead to inferences on the market price of risk. The market price of risk is an important ingredient in deriving models for derivative securities. Its properties are crucial for term structure modeling, since normally strong assumptions are made about its behavior.

Panel data estimates of affine term structure models are attractive because of the precise estimates that we obtain for parameters under the risk adjusted probability measure. For derivatives pricing the mean reversion parameter and the volatility parameter are particularly important. We found that a panel data approach is much more informative on the level of mean reversion than is usually found from a purely time series oriented approach. For the volatility, however, time series estimates are usually far more informative. In a panel data approach only the curvature of the term structure is informative on the level of volatility. Because we pool many different yield curves, we still find sensible values for the volatility parameter. It is interesting to investigate if both approaches can be combined to obtain efficient estimates for both parameters. However, a direct approach in which the time series process of the underlying factors is explicitly incorporated leads to the undesirable circumstance that an assumption about a market price of risk has to be made.

In this dissertation the models are evaluated on the in-sample fit of the average yield curve, the term structure of volatilities and the properties of the residuals. We found differences between one and two factor models, exogenous and endogenous model, and time series and cross sectional approaches. It remains however the question how severe these differences are for the pricing of other derivative securities. An interesting way of testing the model out-of-sample is by considering the implications of these model estimates for interest rate derivative pricing. First, it is interesting to find out whether the implied prices differ a lot or whether it does not matter too much which approach is pursued. Comparison of these implied derivative prices with actually observed prices, provides information on which parameters are crucial for a good fit. A panel data approach seems promising, since it does not require an assumption about a market price of risk and since it leads to efficient estimates of the relevant parameters.

Nederlandse samenvatting /

Dutch summary

Dit proefschrift behandelt een econometrische versie van de affine klasse van termijnstructuur modellen. Panel data technieken worden gebruikt om deze klasse van modellen te schatten. We onderzoeken de empirische eigenschappen voor Amerikaanse staatsobligaties. De empirische resultaten zijn bemoedigend omdat panel data technieken leiden tot efficiënte en plausibele schatters voor de parameters van dergelijke modellen. In dit econometrisch raamwerk is het mogelijk om (1) een in-sample vergelijking uit te voeren van verschillende modellen in deze klasse, (2) een vergelijking te maken tussen de panel data aanpak en tijdreeksmodellen, (3) om model restricties en veronderstellingen omtrent de marktprijs van risico te toetsen, en (4) om de out-of-sample implicaties voor andere rente derivaten te onderzoeken.

In hoofdstuk 1 wordt het theoretische kader voor de affine klasse van termijnstructuur modellen uiteengezet. Er wordt aangetoond dat een affine representatie voor een onderliggend factor proces, onder de aanname van no-arbitrage condities of in een evenwichtsmodel, leidt tot een model voor de rentecurve dat een gesloten vorm heeft en dat affien is in de onderliggende factoren. Een expliciete veronderstelling over de marktprijs van risico is opgenomen om het factorproces, dat uitgedrukt wordt in termen van parameters onder de werkelijke kansmaat, te koppelen aan een rente termijnstructuur model, dat uitgedrukt wordt in termen van parameters onder de voor risico aangepaste kansmaat. De affine klasse bestaat zowel uit modellen die exogeen zijn als endogeen.

De veronderstellingen die ten grondslag liggen aan de afleiding van de affine klasse van termijnstructuur modellen, roept reeds een aantal interessante vragen op. Is het bijvoorbeeld aannemelijk om te veronderstellen dat er een exacte relatie bestaat tussen rentes met verschillende looptijden, en tussen een onderliggende factor dynamiek en de geassocieerde rente termijnstructuur? Zijn de veronderstellingen over de marktprijs van risico plausibel? Zijn de waargenomen rentes consistent met de cross-sectionele restricties die worden opgelegd door het model? En, is het onderliggende factor proces ook toepasbaar voor het

prijzen van andere rente derivaten?

In hoofdstuk 2 worden verschillende methoden vergeleken om een verdisconterings rente curve te construeren uit coupon dragende obligaties. Omdat termijnstructuur modellen gewoonlijk worden uitgedrukt in termen van verdisconterings rentes, zal de analyse van deze modellen sterk vereenvoudigd worden als we daadwerkelijk de beschikking hebben over verdisconterings rentes. Een directe analyse van coupon dragende obligaties bemoeilijkt de econometrische analyse omdat het tot niet-lineaire relaties leidt tussen obligatieprijzen en verdisconterings rentes. Verder zijn in dat geval de model implicaties minder transparant: residuen van coupon dragende obligatie prijzen zijn minder informatief over de aard van een misfit, dan in het geval van verdisconterings rentes. De gebruikelijke aanpak is om de informatie die aanwezig is in coupon dragende obligaties uit te drukken in termen van verdisconterings rentes, door gebruik te maken van een of andere specificatie voor de geïmpliceerde verdisconterings rentecurve voor iedere cross-sectie. Dit resulteert uiteindelijk in een panel van verdisconterings rentes dat als input dient voor de empirische studies in de volgende hoofdstukken.

We vergelijken de Cubic Spline methode met de Nelson-Siegel methode om de rente curve te parameterizeren en we vergelijken de spread tussen bied en laat koersen van de obligaties en de duration om de storingstermen te wegen in het fit criterium. De resultaten tonen dat de Nelson-Siegel methode tot gladdere curves leidt zowel voor de rente curve als voor de forward curve, dan in het geval van de Cubic Spline methode. De resultaten in het geval van spread weging leidt tot rente curves met veel meer uitschieters, zelfs nadat de slechts presterende obligaties uit de data set zijn weggefilterd. Deze bevindingen leiden ertoe dat de duration gewogen Nelson-Siegel methode de geprefereerde methode is. Voorzichtigheid is geboden dat de methode niet te veel informatie wegfiltert die aanwezig is in coupon dragende obligaties. In alle volgende analyses zijn de resultaten altijd vergeleken voor rentecurves die op de verschillende manieren zijn geconstrueerd. Een ander belangrijk resultaat is dat alle methoden resulteren in minder betrouwbare geïmpliceerde kortlopende rentes. De betrouwbaarheidsintervallen rondom de geconstrueerde rentecurves zijn breed aan de korte kant van de curve, mogelijk vanwege monetaire politiek of door allerlei effecten vlak voor het aflopen van obligaties. Ook rentes met looptijden langer dan tien jaar zijn onbetrouwbaar, vanwege het gelimiteerde aantal waarnemingen voor langlopende obligaties.

In hoofdstuk 3 is onderzocht welke informatie er aanwezig is in een panel van rente termijnstructuren, zonder dat er een expliciet model wordt verondersteld. Een panel van termijnstructuren bevat meer informatie dan een univariate tijdreeks van een of andere rente. We toetsen de Verwachtingswaarde Hypothese voor de rente termijnstructuur. In de

literatuur is verwerping van de Verwachtingswaarde Hypothese onder andere toegeschreven aan onzuiverheid in kleine steekproeven en/of aan tijdsvariërende risicopremies. Anders dan bij een univariate tijdreeks, wordt in een panel data aanpak alle rente tijdreeksen simultaan gebruikt om de Verwachtingswaarde Hypothese te toetsen. Een voordeel van de panel data aanpak is om die reden een toename in efficiëntie. Echter ook bij een panel data aanpak wordt de Verwachtingswaarde Hypothese verworpen.

Verder stelt de panel data methode ons in staat om de risico premie expliciet te modelleren. Omdat de risicopremie niet waarneembaar is, is de gebruikelijke aanpak om haar als een onbekende parameter te modelleren, wat resulteert in een fixed effect schatter, of als een kansvariabele, wat leidt tot een random effect schatter. De cross-sectionele relatie in de risico premie wordt als een fixed effect gemodelleerd. De resultaten laten zien dat de premie toeneemt met looptijd. Het tijdreeksgedrag van de risico premie wordt gemodelleerd als een AR(1) proces onder de veronderstelling dat de risico premie een gezamenlijke factor is in rentes met verschillende looptijden. De resultaten laten zien dat risico premies tijdsvariërend en behoorlijk persistent zijn. Vaak worden termijnstructuur modellen afgeleid onder de veronderstelling van een constante marktprijs voor risico. De analyse heeft laten zien dat zo een veronderstelling in strijd is met de empirische bevindingen in hoofdstuk 3.

In hoofdstuk 4 is een econometrische analyse uiteengezet voor de affine klasse van termijnstructuur modellen. Een panel data aanpak wordt gemotiveerd, waarin alleen cross sectionele informatie wordt gebruikt en waarin niet gerefereerd wordt naar de dynamiek van de onderliggende factoren. Er hoeft geen veronderstelling te worden gemaakt voor de marktprijs van risico en dit leidt direct tot parameter schattingen onder de voor risico aangepaste kansmaat. Voor het prijzen van rente producten zijn alleen de parameters onder de voor risico aangepaste kansmaat van belang.

Omdat in de praktijk exacte relaties tussen rentes met verschillende looptijden niet gelden is een storingsterm geïntroduceerd die rekening houdt met model- en meetfouten. Om het model handelbaar te houden hebben we de covariantie matrix van de storingsterm geparametriseerd. Deze parameterizatie houdt rekening met de inverse relatie tussen volatiliteit en looptijd, en ze modelleert de cross-sectionele relatie tussen residuen met verschillende looptijd. De storingsterm specificatie houdt ook rekening met mogelijke autocorrelatie in de storingstermen.

We voeren een uitgebreide analyse uit voor het Gaussiaans termijnstructuur model, waarvoor we één en twee factor endogene en exogene modellen schatten. De empirische bevindingen zijn dat de panel data methode tot precieze schattingen voor de parameters leidt. Met name de parameter die het mean reversion gedrag beschrijft wordt heel precies bepaald in een panel data aanpak in vergelijking met tijdreeks schattingen. In vergelijking

met methoden waarin modellen worden geschat per cross-sectie, vinden we in de panel data aanpak niet langer absurde parameter schattingen. De in-sample fit in alle modellen is precies voor rentes met langere looptijden, zowel voor de gemiddelde rentecurve als voor de termijnstructuur van onconditionele volatiliteiten. Een tweede factor is nodig om ook de dynamiek van rentes met kortere looptijden goed te modelleren. Een andere aantrekkelijke eigenschap van de panel data aanpak is dat de fixed effect schattingen voor de onderliggende factoren een tijdreeks proces voor de instantane rente impliceren die sterk overeenkomt met het gedrag van de waargenome één maands rente. Dus, alhoewel geen tijdreeksinformatie is opgenomen is de cross-sectie informatief over de tijdreeks dynamiek van de korte rente.

In hoofdstuk 5 wordt het Longstaff-Schwartz termijnstructuur model onder de loep genomen. Het model is veelbelovend zowel van een tijdreeks perspectief als van een panel data perspectief. Eerder onderzoek heeft aangetoond dat de specificatie van de twee onderliggende factoren in dit model een goede beschrijving geeft van de dynamiek van de factoren. In hoofdstuk 4 hebben we aangetoond dat het gerelateerde Gaussiaanse twee factor model een bevredigende beschrijving geeft van de rente curve. Omdat beide methoden zich concentreren op andere momenten in de data, is het interessant om de model implicaties van beide methoden te vergelijken. We vergelijken het resultaat tevens met het CIR één factor model, dat een speciaal geval is van het Longstaff-Schwartz model.

De tijdreeks methode resulteert in een adequate beschrijving van het eerste en tweede moment aan de korte kant van de rentecurve, maar in het algemeen onderschat het de gemiddelde rente curve en overschat het de termijnstructuur van onconditionele volatiliteiten. De panel data aanpak geeft een adequate beschrijving van de gehele rente termijnstructuur, behalve voor zeer korte looptijden. Alhoewel de verschillende methoden tot verschillende empirische resultaten leiden, blijft het de vraag of de implicatie voor andere rente derivaten ook sterk verschillen. Bij wijze van voorbeeld hebben we vergeleken hoe de modellen rente caps prijzen. Het blijkt dat in beide gevallen de prijzen van caps op dezelfde manier reageren op rente veranderingen en op veranderingen in de looptijd. Cap prijzen die bepaald worden in de tijdreeks methoden zijn systematisch hoger dan cap prijzen die geïmpliceerd worden in een panel data aanpak. De verschillen in de prijzen zijn relatief klein, de verschillen met de prijzen die volgen voor het CIR één factor model zijn veel hoger. Daadwerkelijk waargenomen cap prijzen zijn nodig om een uitspraak te doen aangaande welke methode verkozen dient te worden.